

# Übungen zum Weiterbildungskurs "Stochastik" vom 24. Juni 2009

Hansruedi Künsch

## Übungen zur Binomialverteilung

1. Berechnen Sie für das Beispiel der Mendel'schen Versuche den analogen Bereich zu  $A(n, p)$ , in dem die Ergebnisse mit Wahrscheinlichkeit 99% liegen
  - a) mit dem Funktionen auf Ihrem Taschenrechner/Laptop.
  - b) mit Hilfe der Rekursionsformeln für die Binomialwahrscheinlichkeiten.
2. Berechnen Sie das Vertrauensintervall  $I_n(0)$  für die Erfolgswahrscheinlichkeit im Fall, wo man bei  $n$  Wiederholungen null Erfolge beobachtet hat. Wie verhalten sich die Intervallgrenzen für grosses  $n$  ?
3. Zeigen Sie, dass  $I_n(1) \approx [\lambda_1/n, \lambda_2/n]$  wobei  $\lambda_1$ , bzw.  $\lambda_2$  die Lösung der Gleichung

$$e^{-\lambda}(1 + \lambda) = 0.975, \text{ bzw. } e^{-\lambda}(1 + \lambda) = 0.025$$

bezeichnet.

4. In der Abbildung 2 in den Unterlagen wurden die beiden Treppenfunktionen  $p \rightarrow k_i(n, p)$  ( $i = 1, 2$ ) durch Polygonzüge ersetzt. Warum ist das korrekt ?
5. Beantworten Sie die Fragen in den drei Beispielen von Kahneman und Tversky (siehe Unterlagen p. 2). Überlegen Sie, wie man auf die andern Antworten kommen kann.
6. Lesen Sie den verteilten Artikel über "Bootstrapping" von G. Szpiro. Bestimmen Sie beim dort erwähnten Beispiel ein Vertrauensintervall für die Anzahl Fische im See , wobei Sie annehmen, dass die Stichprobe durch Ziehen mit (statt ohne) Zurücklegen erfolgt. Finden Sie heraus, wie man mit Bootstrapping vorgehen würde.
7. Die beiden verteilten Aufgaben aus der Abiturprüfung 2008 in Nordrhein-Westfalen wurden von Universitätsprofessoren als nicht korrekt beurteilt. Überlegen Sie, weshalb.
8. Suchen Sie Beispiele zur Statistik der Binomialverteilung und formulieren Sie mögliche Aufgaben für Schüler.

## Übungen zur Regression

1. Bestimmen Sie die den Wert  $a$ , der

$$f(a) = \sum_{i=1}^n |y_i - a|$$

minimiert. Nehmen Sie dazu an, dass  $y_1 < y_2 < \dots < y_n$ , und berechnen Sie die Steigung von  $f$  in einem Intervall  $(y_{i-1}, y_i)$ .

2. Führen Sie mit dem verschickten Excel-File die in den Unterlagen erwähnte Simulation eines Regressionsmodells durch.
3. Erklären Sie heuristisch den Effekt des Nenners  $(n-1)s(x)^2$  im Nenner von  $\sigma(b_0)^2$ .
4. Wenn man eine Zielgrösse unter zwei verschiedenen Bedingungen (z.B. Behandlung und Kontrolle, Medikament und Placebo, etc.) untersuchen will, dann definiert man  $X$  als den Indikator für die zweite Bedingung. Was bedeutet dann der Parameter  $\beta$ ? Wie lautet die Formel für die Kleinste-Quadrate-Schätzung  $b_0$ , bzw. für das Vertrauensintervall für  $\beta$  wenn man  $n_1$  Beobachtungen unter Bedingung 1 und  $n_2$  Beobachtungen unter Bedingung 2 hat?
5. Suchen Sie Beispiele zum Regressionsmodell und zu Vertrauensintervallen für  $\beta$  in den zur Verfügung gestellten Büchern und formulieren Sie mögliche Aufgaben für Schüler.