

Wettbewerb

Mit dem MATLAB-Befehl $A=\text{gallery}(5)$ wird die spezielle ganzzahlige 5×5 -Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -9 & 11 & -21 & 63 & -252 \\ 70 & -69 & 141 & -421 & 1684 \\ -575 & 575 & -1149 & 3451 & -13801 \\ 3891 & -3891 & 7782 & -23345 & 93365 \\ 1024 & -1024 & 2048 & -6144 & 24572 \end{pmatrix}$$

erzeugt. A ist ein Beispiel einer Matrix, für welche das Eigenwertproblem besonders schwierig zu lösen ist, auch von MATLAB selbst. Unter *help gallery* steht:

GALLERY(5) is an interesting eigenvalue problem.
Try to find its EXACT eigenvalues and eigenvectors.

Aufgabe

Man versuche, möglichst viel über die Eigenwerte und Eigenvektoren von A sowie über die Struktur von A herauszufinden. Erlaubt ist selbstverständlich der Einsatz sämtlicher Werkzeuge von MATLAB oder von anderer Software.

Die Wahl der Methode ist vollständig freigestellt. Als Richtlinie kann jedoch die Bearbeitung der folgenden Teilprobleme dienen:

1. Gängige MATLAB-Standardbefehle wie *eig*, *det*, *poly* produzieren widersprüchliche Resultate. Was stimmt, was ist fehlerhaft?

2. Man bestimme möglichst viele exakte Eigenwerte und zugehörige Eigenvektoren. Man versuche auch, A auf eine einfachere Form bzw. auf eine geeignete Normalform zu transformieren.
3. Da A ganzzahlige Elemente hat, sollte versucht werden, alle Transformationen im Bereich der ganzen Zahlen darzustellen.
4. Man versuche, allfällige Strukturen sowie ein Konstruktionsprinzip für die Matrix A zu finden. Ist ein solches gefunden, sollte es möglich sein, andere Beispiele mit ähnlichen Eigenschaften zu konstruieren.

Arbeiten sollten einen Textteil enthalten, welcher die verwendeten Ideen und Methoden sowie die gefundenen Resultate beschreibt. Dieser kann durch editierten MATLAB-Output, eventuell auch durch MATLAB-Programme ergänzt werden.

Teilnahmebedingungen

Teilnahmeberechtigt sind Studentinnen und Studenten des 1. Semesters (WS 1994/95) der Abteilung IIIC der ETH Zürich. Den besten Arbeiten winkt ein Buchpreis. Einsendungen bitte bis 31. März 1995 an

Prof. J. Waldvogel
Seminar für Angewandte Mathematik
ETH-Zentrum FLI
CH-8092 Zürich

Bitte legen Sie Ihrer Einsendung Ihren Namen und Adresse bei. Über die Beurteilung der eingesandten Arbeiten entscheidet die Jury, bestehend aus J. Waldvogel, K. Nipp, D. Stoffer, Ch. Hidber.

Viel Spaß und viel Erfolg !