

## Auswertung und Lösung

### Analysis I (401-1261-07L)

Abgaben: 228/366

Maximal erreichte Punktzahl: 27

Minimal erreichte Punktzahl: 8

Durchschnitt: 18

---

**Frage 1** (0.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Die Wurzel aus 36 ...

- 0.4%  gibt es nicht.  
Doch, die gibt es.
- 57.0%  ist gleich  $\pm 6$ .  
Falsch. Eine Wurzel kann nicht negativ sein.
- 41.2%**  ist gleich 6.
- 0.0%  ist gleich  $-6$ .  
Falsch. Eine Wurzel kann nicht negativ sein.
- 1.3%  Keine der obigen Antworten ist richtig.

Die Quadratwurzel aus  $a$  ist die nichtnegative reelle Zahl  $x$  mit  $x^2 = a$ .

**Frage 2** (0.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Welche der folgenden Rechenregeln stimmt für alle reellen Zahlen  $a$  und  $b$ ?

- 3.1%   $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$   
Nein, finden Sie ein einfaches Gegenbeispiel.
- 0.4%   $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$   
Nein, finden Sie ein einfaches Gegenbeispiel.
- 3.1%   $(a+b)(c+d) = ac+bd$   
Sie vergessen die Zwischenterme!
- 13.2%   $\ln(a+b) = \ln(a) + \ln(b)$   
Nein. Jedoch gilt  $\ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$ .
- 80.3%  Keine.

**Frage 3** (0.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Für welche reellen Zahlen  $x$  ist die Ungleichung  $|x-2| \leq 3$  erfüllt?

- 0.4%  Die Ungleichung ist niemals erfüllt.
- 12.7%   $x \leq 5$   
Überlegen Sie sich, dass die Lösungsmenge sowohl nach oben als auch nach unten begrenzt sein muss.
- 2.6%   $x \in [-3, 3]$   
Offenbar ist  $-3$  keine Lösung.
- 0.9%   $x \geq -1$   
Überlegen Sie sich, dass die Lösungsmenge sowohl nach oben als auch nach unten begrenzt sein muss.
- 83.3%  Keine der obigen Antworten ist richtig.

Es gilt:

$$|x-2| \leq 3 \Leftrightarrow (x-2 \leq 3 \wedge -(x-2) \leq 3) \Leftrightarrow (x \leq 5 \wedge -1 \leq x) \Leftrightarrow x \in [-1, 5].$$

**Frage 4** (0.4 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Für welches gegebene  $n$  ist  $\cos \frac{\pi}{n} > \sin \frac{\pi}{n}$ ?

- 3.5%   $n = 2$
- 0.4%   $n = 3$
- 3.5%   $n = 4$
- 85.1%   $n = 5$
- 7.0%  Für keines dieser  $n$ .

Es entspricht  $\frac{\pi}{4}$  dem Winkel  $45^\circ$ . Machen Sie sich z.B. am Einheitskreis klar, dass sich dort die Sinus- und Cosinuskurve schneiden.

**Frage 5** (0.4 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Sei  $\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; dann gilt für  $\cos(\alpha)$ :

- 7.9%  Es kann über  $\cos(\alpha)$  keine Aussage getroffen werden.
- 38.2%   $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$   
Dies ist *eine* Möglichkeit, aber nicht die einzige.
- 2.6%   $\cos(\alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$   
Dies ist *eine* Möglichkeit, aber nicht die einzige.
- 44.7%   $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$  oder  $\cos(\alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
- 6.1%   $\cos(\alpha) = \frac{1}{2}$  oder  $\cos(\alpha) = -\frac{1}{2}$

Hier kommt die Identität  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  zur Anwendung.

Frage 6 (4.4 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Auf wie viele Arten können  $n$  voneinander verschiedene Bücher auf drei Personen verteilt werden, sodass jede Person mindestens ein Buch erhält?

18.0%   $\frac{1}{6}n(n-1)(n-2)$

Nein. Die Anzahl Möglichkeiten, jeder Person *genau ein* Buch zu geben, ist  $\binom{n}{3}$ , und es gilt  $\binom{n}{3} = \frac{1}{6}n(n-1)(n-2)$ .

9.2%   $n^3 - 3$

21.9%   $3^n - 3(2^n - 1)$

2.6%   $3^n - 2^n + 1$

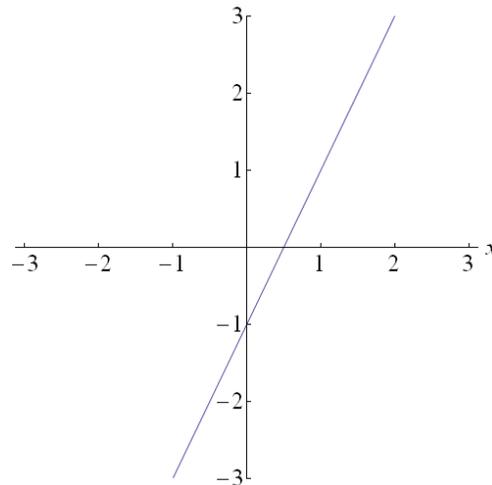
Beachten Sie, dass *jede* Person mindestens ein Buch haben soll.

43.9%  Keine der angegebenen Formeln ist korrekt.

Es gibt  $3^n$  Möglichkeiten,  $n$  Bücher auf 3 Personen zu verteilen - drei Möglichkeiten pro Buch. Davon müssen wir die Fälle subtrahieren, in welchen Personen ohne Buch bleiben. Jede Person geht in  $2^n$  Fällen leer aus, allerdings überschneiden sich die 3 Fälle, in denen zwei Personen leer ausgehen. Wir erhalten  $3^n - 3(2^n - 1)$ .

Frage 7 (0.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Wie lautet die Gleichung der Geraden auf dem Bild?



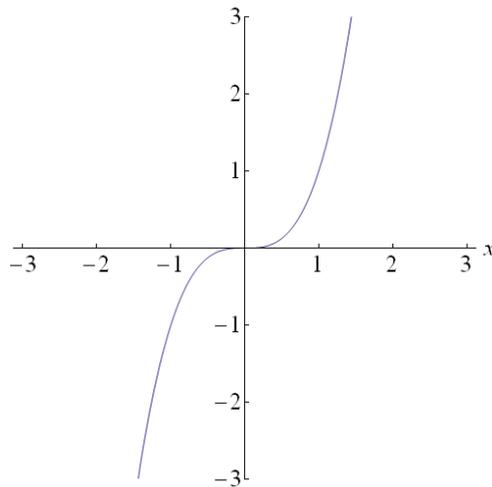
- 7.5%   $y = \frac{1}{2}x - 1$
- 0.0%   $y = \frac{1}{2}x + 1$
- 90.8%   $y = 2x - 1$
- 0.4%   $y = 2x + 1$
- 1.3%  Keine der obigen Antworten ist richtig.

Der  $y$ -Achsenabschnitt  $b$  kann direkt abgelesen werden und ist  $b = -1$ . Die Steigung ist  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{1} = 2$ , folglich erhalten wir  $y = 2x - 1$ .

Frage 8 (0.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Die Zeichnung zeigt den Graphen der Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^3$ .

Durch Verschieben um 2 Einheiten nach rechts erhalten wir den Graphen einer neuen Funktion  $g$ . Wie lautet die Funktionsgleichung von  $g$ ?



86.8%   $g(x) = (x - 2)^3$

3.9%   $g(x) = (x + 2)^3$

3.5%   $g(x) = x^3 - 2$

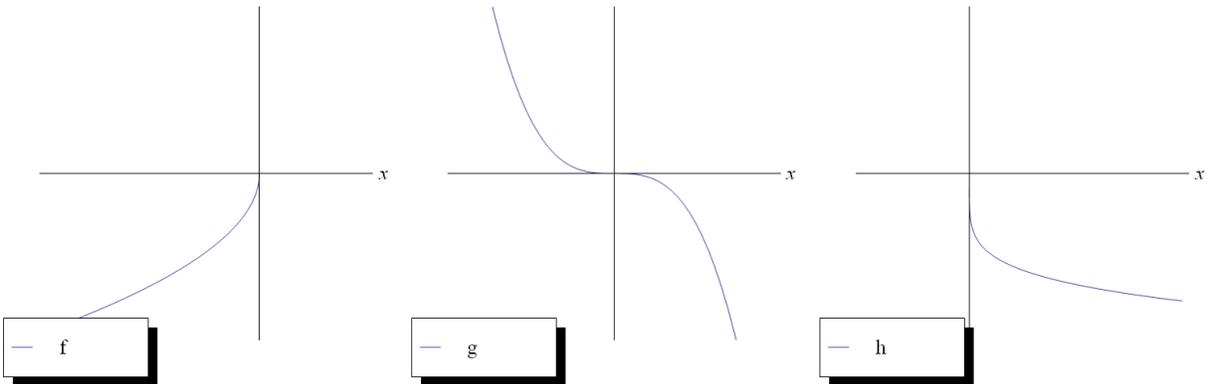
3.5%   $g(x) = x^3 + 2$

2.2%  Keine der obigen Antworten ist richtig.

Eine Verschiebung um 2 nach rechts bedeutet, dass die neue Funktion  $g$  den Wert  $f(x)$  erst bei  $x + 2$  annimmt:  
 $g(x + 2) \stackrel{!}{=} f(x)$  für alle  $x \Leftrightarrow g(x) = f(x - 2)$ . D.h., in  $f(x)$  ist die Variable  $x$  durch  $x - 2$  zu ersetzen.

Frage 9 (0.4 % haben diese Frage nicht beantwortet)

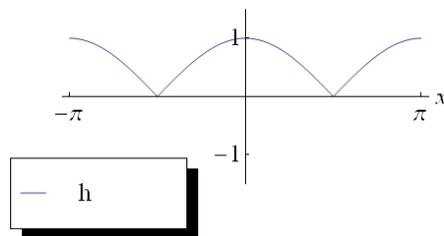
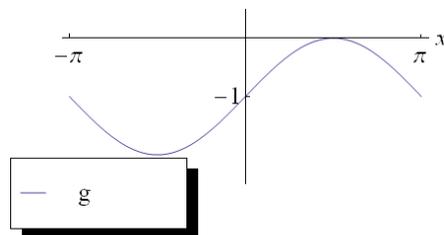
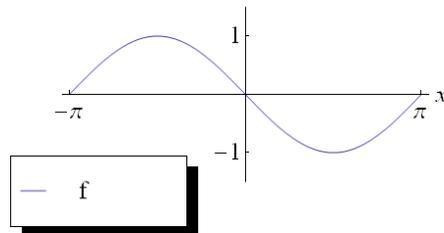
Welche drei Funktionen  $f$ ,  $g$ ,  $h$  gehören zu den drei folgenden Kurven?



- 0.4%   $f(x) = x^{-\frac{1}{2}}, g(x) = x^3, h(x) = -x^{\frac{1}{5}}$   
Nein. Der Graph der Funktion  $g$  ist an der  $y$ -Achse gespiegelt.
- 1.8%   $f(x) = x^{\frac{1}{2}}, g(x) = -x^3, h(x) = x^{-\frac{1}{5}}$   
Nein. Die Wurzel ist für negative Zahlen nicht definiert, sodass  $f$  falsch ist.
- 3.9%   $f(x) = -x^{-\frac{1}{2}}, g(x) = x^3, h(x) = -x^{\frac{1}{5}}$   
Nein. Siehe oben.
- 3.5%   $f(x) = -(-x)^{-\frac{1}{2}}, g(x) = -x^3, h(x) = x^{-5}$   
Nein. Für die Funktion  $h$  ist  $h(x)$  positiv, falls  $x$  positiv ist.
- 89.9%   $f(x) = -(-x)^{\frac{1}{2}}, g(x) = -x^3, h(x) = -x^{\frac{1}{5}}$   
Richtig!

Frage 10 (0.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Welche drei Funktionen  $f, g, h$  gehören zu den drei folgenden Graphen?



- 3.5%   $f(x) = \sin(x)$   
 $g(x) = \sin(x) - 1$   
 $h(x) = |\cos(x)|$

Nein. Man sieht z.B., dass  $f$  nicht die Form von  $\sin(x)$ , sondern von  $\sin(-x)$  hat.

- 0.4%   $f(x) = \sin(-x)$   
 $g(x) = \cos(x) - 1$   
 $h(x) = \cos|x|$

Nein. Z.B. gilt  $\cos|x| = \cos(x) < 0, x \in ]\frac{\pi}{2}, \pi[$ , was nicht  $h$  entspricht.

- 3.9%   $f(x) = \sin(-x)$   
 $g(x) = \sin(x) - 1$   
 $h(x) = \cos|x|$

Nein. Z.B. gilt  $\cos|x| = \cos(x) < 0, x \in ]\frac{\pi}{2}, \pi[$ , was nicht  $h$  entspricht.

- 90.4%   $f(x) = \sin(-x)$   
 $g(x) = \sin(x) - 1$

$$h(x) = |\cos(x)|$$

Richtig!

- 1.8%  Keine der Antworten ist korrekt.  
Doch, eine der Antworten ist richtig.

**Frage 11** (0.4 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Welche Periode hat die Funktion  $f$  mit  $f(x) = \sin(2x)$ ?

- 0.9%  Es liegt keine Periode vor!  
7.0%   $2\pi$   
78.1%   $\pi$   
9.6%   $\frac{\pi}{2}$   
3.9%   $4\pi$

Eine Funktion  $f$  hat genau dann Periode  $p$ , wenn für alle  $x$  gilt:  $f(x) = f(x + p)$ . Für die Sinus-Funktion gilt für alle  $x$ :  $\sin(x) = \sin(x + 2\pi)$ . In der Aufgabe folgt

$$f(x) = \sin(2x) = \sin(2x + 2\pi) = \sin(2(x + \pi)) = f(x + \pi).$$

Die Funktion  $f$  mit  $f(x) = \sin(2x)$  hat die Periode  $\pi$ .

**Frage 12** (0.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Der Grenzwert  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 1}{10n^3 + n + 21}$  beträgt

- 85.1%   $\frac{1}{5}$ .  
11.0%  0.  
2.2%   $\infty$ .  
0.4%   $\frac{1}{32}$ .  
1.3%   $-\frac{1}{21}$ .

Es gilt:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 1}{10n^3 + n + 21} \stackrel{=}{=} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{1}{n^3}}{10 + \frac{1}{n^2} + \frac{21}{n^3}} = \frac{1}{5}$$

Zähler und Nenner  
dividiert durch  $n^3$

**Frage 13** (0.4 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Die Summe der unendlichen geometrischen Reihe  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$  beträgt

- 6.6%   $\frac{1}{2}$ .  
80.7%   $\frac{2}{3}$ .  
3.1%  2.  
2.2%   $\frac{3}{2}$ .  
7.0%   $\infty$ .

Für die betrachtete geometrische Reihe gilt

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} q_n.$$

Sei  $q := \frac{q_{n+1}}{q_n}$ . Dann ist  $q = -\frac{1}{2}$ . Da  $|q| < 1$ , konvergiert die geometrische Reihe und hat den Grenzwert  $\frac{1}{1-q} = \frac{2}{3}$ .

**Frage 14** (0.4 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Der Grenzwert  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+h} - \sqrt{2}}{h}$  beträgt

- 37.7%  0.  
39.0%   $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ .  
1.8%   $\frac{1}{2}$ .  
3.9%   $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .  
17.1%   $\infty$ .

Erweitern des Zählers und Nenners mit  $\sqrt{2+h} + \sqrt{2}$  ergibt:

$$\frac{\sqrt{2+h} - \sqrt{2}}{h} \cdot \frac{\sqrt{2+h} + \sqrt{2}}{\sqrt{2+h} + \sqrt{2}} = \frac{(2+h) - 2}{h(\sqrt{2+h} + \sqrt{2})} = \frac{1}{\sqrt{2+h} + \sqrt{2}}.$$

Damit erhalten wir für den Grenzwert

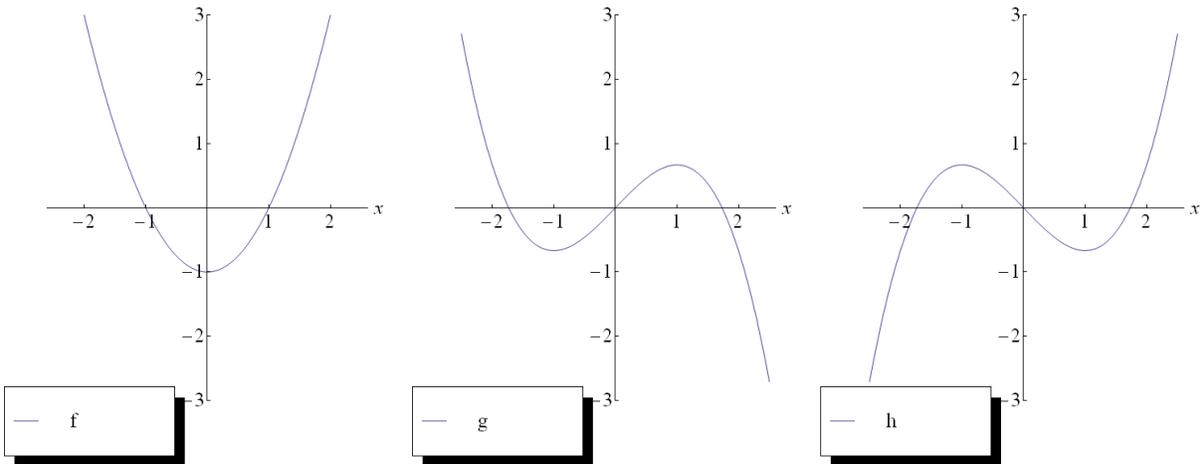
$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+h} - \sqrt{2}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{2+h} + \sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Ein anderes Argument lautet: Der Grenzwert ist der Differentialquotient der Funktion  $f$  mit  $f(x) = \sqrt{x}$  an der Stelle 2, und es gilt  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ , und damit

$$f'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+h} - \sqrt{2}}{h} = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Frage 15 (0.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Die drei Graphen stellen die Funktionen  $f, g$  und  $h$  dar. Welche Aussage ist richtig?



- 1.8%   $f' = g$   
Nein. Z.B. ist die Steigung von  $f$  bei  $x = -2$  negativ, aber  $g(-2) > 0$ .
- 2.6%   $g' = f$   
Nein. Z.B. ist die Steigung von  $g$  bei  $x = -2$  negativ, aber  $f(-2) > 0$ .
- 7.9%   $f' = h$   
Nein. Z.B. wechselt die Ableitung von  $f$  zwischen  $-2$  und  $-1$  das Vorzeichen nicht, da die Steigung dort immer negativ verläuft. Aber es ist  $g(-2) > 0$  und  $g(-1) < 0$ .
- 78.1%   $h' = f$   
Richtig!
- 9.6%   $g' = h$   
Nein. Die Ableitung von  $g$  im Nullpunkt ist positiv, aber  $h(0) = 0$ .

**Frage 16** (0.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Sei  $f$  die Funktion mit  $f(x) = e^{2x}$ . Wie lautet die Gleichung der Ableitung  $f'$ ?

1.8%   $f'(x) = 2xe^{2x-1}$

1.8%   $f'(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$

90.8%   $f'(x) = 2e^{2x}$

3.5%   $f'(x) = e^{2x}$

2.2%  Keine der obigen Antworten ist richtig.

Es gilt:  $f'(x) = (e^{2x})' \underset{\text{Kettenregel}}{=} 2e^{2x}$ .

**Frage 17** (1.3 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Sei  $f(x) = \ln(\sin(x))$ . Wie lautet die Gleichung der Ableitung?

9.2%   $f'(x) = \frac{1}{\sin(x)}$

78.1%   $f'(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$

4.4%   $f'(x) = \ln(\cos(x))$

1.8%   $f'(x) = \frac{1}{x} \sin(x) + \ln(\cos(x))$

5.3%   $f'(x) = \cos(x) \ln(\sin(x))$

Die Aufgabenstellung ist unpräzise formuliert. Für  $\ln(y)$  muss  $y > 0$  erfüllt sein, was in unserem Fall auf die Bedingung  $\sin(x) > 0$  führt. Der Definitionsbereich für  $f$  ist also einzuschränken, wir betrachten im Folgenden deshalb  $D_f := ]0, \pi[$ . Damit ist dann für  $x \in D_f$   $\sin(x) > 0$  erfüllt. Die Anwendung der Kettenregel ergibt nun

$$f'(x) = (\ln(\sin(x)))' = \cos(x) \frac{1}{\sin(x)} = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}.$$

**Frage 18** (1.3 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Die Steigung der Tangente in  $x_0 = \frac{\pi}{2}$  an den Graphen der Funktion  $f$  mit  $f(x) = -\cos(3x)$  ist ...

11.0%  Die Tangente existiert nicht.

8.3%  1.

63.2%  -3.

3.5%   $3 \sin(3)$ .

12.7%  3.

Die Steigung der Tangente  $m_t$  an den Graphen einer Funktion  $f$  in einem Punkt  $x_0$  ist gleich dem Wert der Ableitungsfunktion  $f'$  in  $x_0$ , das heisst,  $m_t = f'(x_0)$ . Hier ist  $f(x) = -\cos(3x)$  und  $f'(x) = 3 \sin(3x)$ , und damit die Steigung gleich

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3 \sin\left(3 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 3 \cdot (-1) = -3.$$

**Frage 19** (0.0 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Die Funktion  $f$  mit  $f(x) = x \cdot e^x + 7$  ist ...

3.5%  eine Stammfunktion der Funktion  $g$  mit  $g(x) = e^x$ .  
Nein, für  $f$  gilt  $f'(x) = e^x + x \cdot e^x \neq g(x)$ .

11.4%  die Ableitung der Funktion  $g$  mit  $g(x) = e^x + 7x$ .  
Nein, für  $g$  gilt  $g'(x) = e^x + 7 \neq f(x)$ .

44.7%  eine Stammfunktion der Funktion  $g$  mit  $g(x) = e^x + x \cdot e^x$ .  
Richtig, es gilt nach Produkt- und Summenregel  $f'(x) = 1 \cdot e^x + x \cdot e^x + 0 = g(x)$ .

12.7%  die Ableitung der Funktion  $g$  mit  $g(x) = \frac{1}{2}x^2 \cdot e^x + 7x$ .  
Nein, es gilt nach Produkt- und Summenregel  $g'(x) = xe^x + \frac{1}{2}x^2 \cdot e^x + 7$ .

27.6%  Alle obigen Aussagen sind falsch.

**Frage 20** (1.8 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Das Integral  $\int_0^\pi \sin\left(\frac{t}{2}\right)dt$  beträgt

- 59.2%  2.
- 9.2%  -2.
- 1.3%  4.
- 5.3%   $-\frac{1}{2}$ .
- 23.2%  Keine der obigen Antworten ist richtig.

Das Integral berechnet sich durch:

$$\int_0^\pi \sin\left(\frac{t}{2}\right)dt = -2 \cos\left(\frac{t}{2}\right) \Big|_0^\pi = -2(\cos(\frac{\pi}{2}) - 1) = 2.$$

**Frage 21** (2.2 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Sei  $f$  die Funktion mit  $f(x) = \int_3^x \sin(t)dt$ . Wie lautet die Gleichung der Ableitung?

- 12.7%   $f'(x) = \cos(x) - \cos(3)$
- 18.4%   $f'(x) = \sin(x) - \sin(3)$
- 9.6%   $f'(x) = \cos(x)$
- 39.5%   $f'(x) = \sin(x)$
- 17.5%  Keine der Gleichungen ist korrekt.

Sei  $f$  eine stetige Funktion und  $a$  eine Konstante. Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung besagt, dass die Funktion  $F$  mit  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$  eine Stammfunktion von  $f$  ist. Es gilt also  $F'(x) = f(x)$ . Setze hier  $f$  als die Funktion  $f(x) = \sin x$  und  $a = 3$ .

Alternative: Berechne das Integral direkt durch:

$$\int_3^x \sin(t)dt = -\cos t \Big|_3^x = -\cos x + \cos 3.$$

Dann ist  $f'(x) = (-\cos x + \cos 3)' = \sin x$ .

Frage 22 (1.8 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Welches Paar von Gleichungen bzw. Parameterdarstellungen definiert Geraden, die nicht zueinander senkrecht sind?

6.1%   $y = \frac{1}{3}x; 3x + y - \frac{1}{4} = 0$

17.1%   $\begin{cases} x = \frac{3}{4}t \\ y = \frac{1}{2}t \end{cases}; \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 + 3t \end{cases}$

61.0%   $y = \frac{2}{3}x + 1; x = -\frac{3}{2}y - 9$

9.2%   $y = -\frac{1}{4}x; x = \frac{1}{4}y + 4$

4.8%   $y = x; y = 1 - x$

Zwei Geraden  $g_1 : y = m_1x + b_1$  und  $g_2 : y = m_2x + b_2$  stehen genau dann senkrecht aufeinander, wenn das Produkt der beiden Steigungen gleich minus eins ist:  $m_1 \cdot m_2 = -1$ . In den fünf Beispielen trifft dies nur für  $m_1 = \frac{2}{3}$  und  $m_2 = -\frac{3}{2}$  nicht zu.

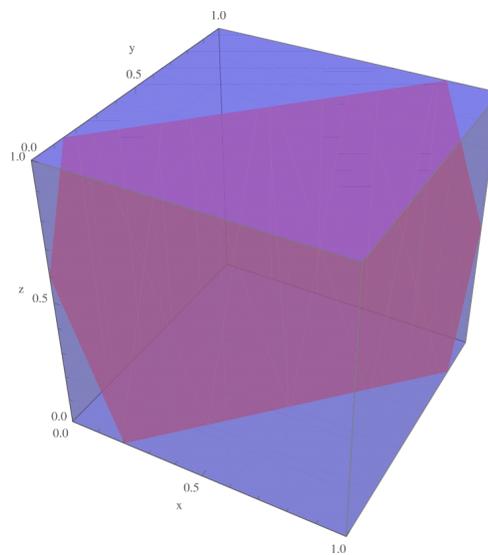
Beachten Sie, dass die Gleichungen in die richtige Form gebracht werden müssen.

**Frage 23** (1.8 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Der Durchschnitt einer Ebene mit einem Würfel ist – wenn er nicht leer ist oder aus einem Punkt besteht – ein Polygon. Die maximale Anzahl von Ecken, die ein solches Polygon haben kann, ist ...

- 1.3%  3.
- 54.4%  4.
- 28.1%**  6.
- 11.0%  8.
- 3.5%  Keine der anderen Antworten ist korrekt.

Im Bild sehen wir, dass das Schnittpolygon 6 Ecken haben kann:



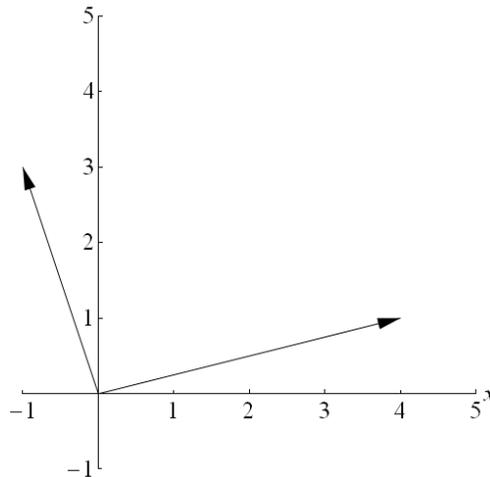
Da ein Würfel 6 Seiten hat, kann eine Ebene höchstens diese 6 Flächen schneiden.

Vergleiche auch eine interaktive Visualisierung unter

<http://www.math.ethz.ch/~lemuren/public/grundkenntnisse/CubeIntersectedByPlane.nbp>

Frage 24 (0.4 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Welcher Vektor entspricht der Summe der beiden Vektoren im Bild?



0.4%   $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

0.4%   $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

1.3%   $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

0.0%   $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

97.4%  Keine der obigen Antworten ist richtig.

Die beiden Vektoren im Bild haben die Koordinaten  $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$  und  $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ . Wir bezeichnen sie mit  $\vec{v}$  und  $\vec{w}$ . Dann ist

$$\vec{v} + \vec{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + (-1) \\ 1 + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Diese Lösungsmöglichkeit wird nicht angeboten.

Frage 25 (0.9 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Sei  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ . Dann ist  $|\vec{a}| =$

- 1.8%  1.  
0.4%  2.  
**89.0%**  3.  
6.1%  9.  
1.8%  Keines davon.

Der Betrag eines Vektors  $\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  berechnet sich durch

$$|\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

In unserem Fall rechnen wir nach, dass  $\sqrt{1 + 4 + 4} = 3$  gilt.

Frage 26 (1.3 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Seien  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  und  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Dann ist das Skalarprodukt  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$

- 1.8%   $\sqrt{6}$ .  
**86.8%**  6.  
0.0%  36.  
1.3%   $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ .  
8.8%   $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ .

Das Skalarprodukt zweier Vektoren ist die Summe der Produkte der jeweiligen Koordinaten:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 6.$$

Beachten Sie mit Blick auf die vorherige Aufgabe, dass  $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$  gilt.

Frage 27 (2.2 % haben diese Frage nicht beantwortet)

Seien  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  und  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Dann ist das Vektorprodukt  $\vec{a} \times \vec{b} =$

75.0%   $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

12.7%   $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

3.9%   $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

5.7%  0.

0.4%  2.

Das Vektorprodukt zweier Vektoren  $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$  und  $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$  berechnet sich durch:

$$\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 z_2 - z_1 y_2 \\ z_1 x_2 - x_1 z_2 \\ x_1 y_2 - y_1 x_2 \end{pmatrix}.$$

Setzen Sie nun die Koordinaten ein und erhalten  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ .