

Aufg. 5 (RC)

1) $(1 + \frac{1}{n})^n$ ist streng monoton wachsend, von oben beschränkt durch 3. (Antw. 1 richtig).

[Antw 2 korrekt, aber kein Grund; 3 & 4 falsch]

2) Antw. 4

3) Konv. - Radius von $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 8^n}{n} x^{3n}$ ist

$$\rho^{-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{8^n}{n}} = 2 \quad \text{also} \quad \underline{\underline{\frac{1}{2} = \rho}}$$

⚠ Summe von $n=1$

Bei $\frac{1}{2}$ konvergent, bei $-\frac{1}{2}$ divergent (harmonische Reihe)
also Antwort 5 richtig

4) $\rho = \frac{1}{2}$ (cf. 3)) also Antw. 2 richtig

$$5) \quad \underline{\underline{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot (-2)^k x^k}} = -2x \cdot \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot (-2x)^{k-1}$$

$$= +2x \sum_{k=1}^{\infty} \frac{d}{dx} (-2x)^{k-1} = 2x \cdot \frac{d}{dx} \sum_{k=0}^{\infty} (-2x)^k$$

$$= 2x \cdot \frac{d}{dx} \frac{1}{1+2x} = -2x \cdot \frac{2}{(1+2x)^2}$$

$$= - \frac{2x}{(1+2x)^2} \quad \text{Antw 4 richtig}$$