Bsp: Aggregation von Blutplättchen (Klumpung)

Person	1	2	3	4	...	10	11
vor Rauchen	25%	25%	27%	44%		60%	28%
nach "	27%	29%	37%	56%		59%	43%
Differenz	2%	4%	10%	12%		−1%	15%

"Biologische" Variation:

Verallgemeinerung auf grössere Population?

nimmt Aggregation nach Rauchen signifikant zu?

statistischer Test:

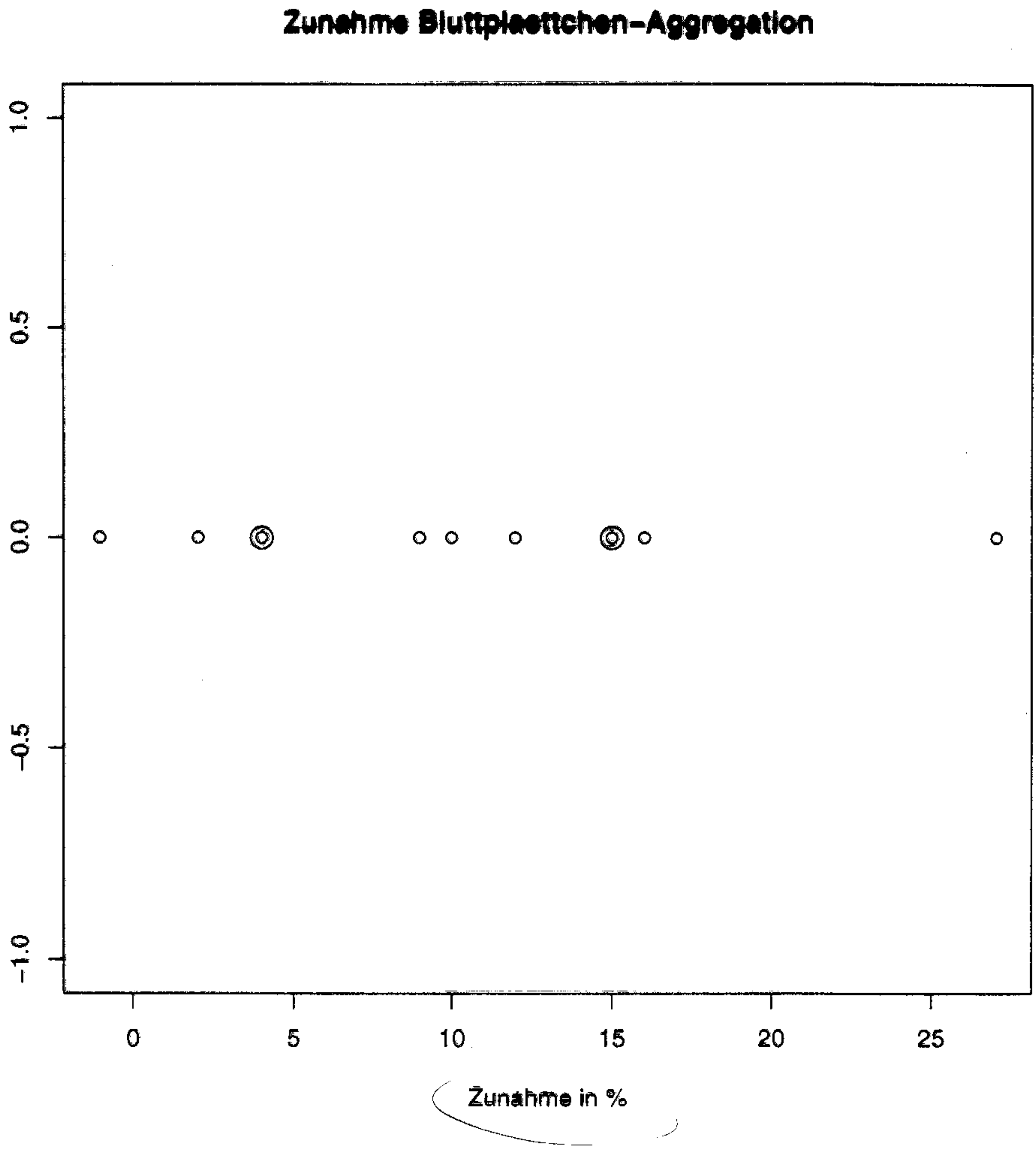
H_0: "keine Zunahme der Aggregation nach Rauchen"

H_A: "Aggregation nimmt nach Rauchen zu"

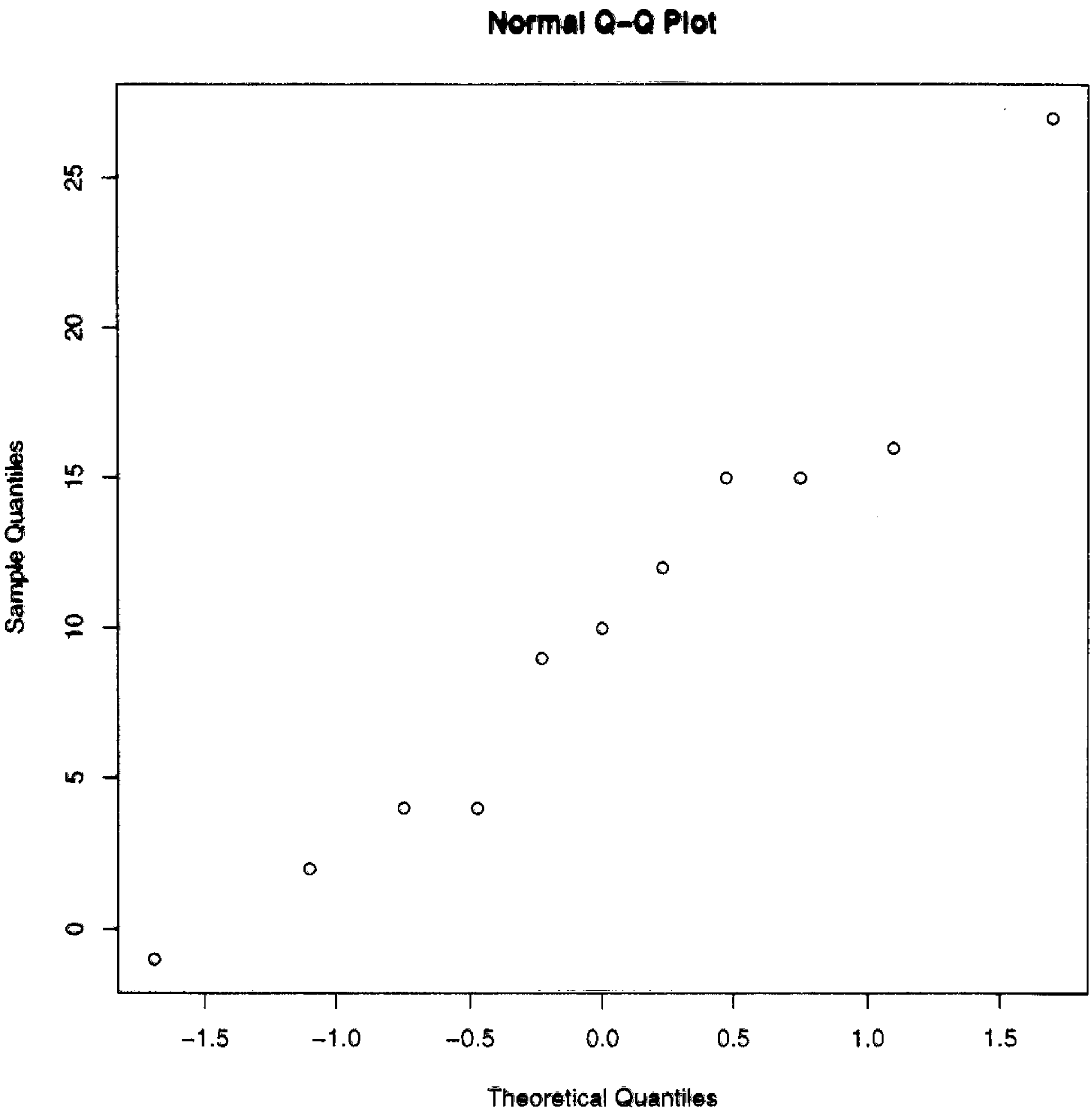
Punktschätzungen (für Differenz): $\hat{\mu} = \bar{X}_n = 10.27$

$\hat{\sigma}_X^2 = S_n^2 = 7.98^2$

sei Normalvert.


Zunahme Bluttplaettchen-Aggregation
1.0
0.5
0.0
-0.5
-1.0
0
5
10
15
20
25
Zunahme in %

Bluttplättchen-Aggregation



4.6.1

Punktschätzungen bei Normalverteilung

$$\hat{\mu} = \overline{X}_n = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} X_i \text{ ist Z.V.}$$

realisierter Wert:

$$\hat{\mu} = \overline{x}_n = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} x_i = \text{ arithmetisches Mittel der Daten}$$

analogerweise:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X}_n)^2 \text{ ist Z.V.}$$

realisierter Wert:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x}_n)^2 \text{ empirische Varianz der Daten}$$

z-Test:

Verwerfe H_0 falls

$$|z| = \left| \frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\sigma_x/\sqrt{n}} \right| > \Phi^{-1}(1-\alpha/2) \quad \text{für } H_A: \mu \neq \mu_0$$

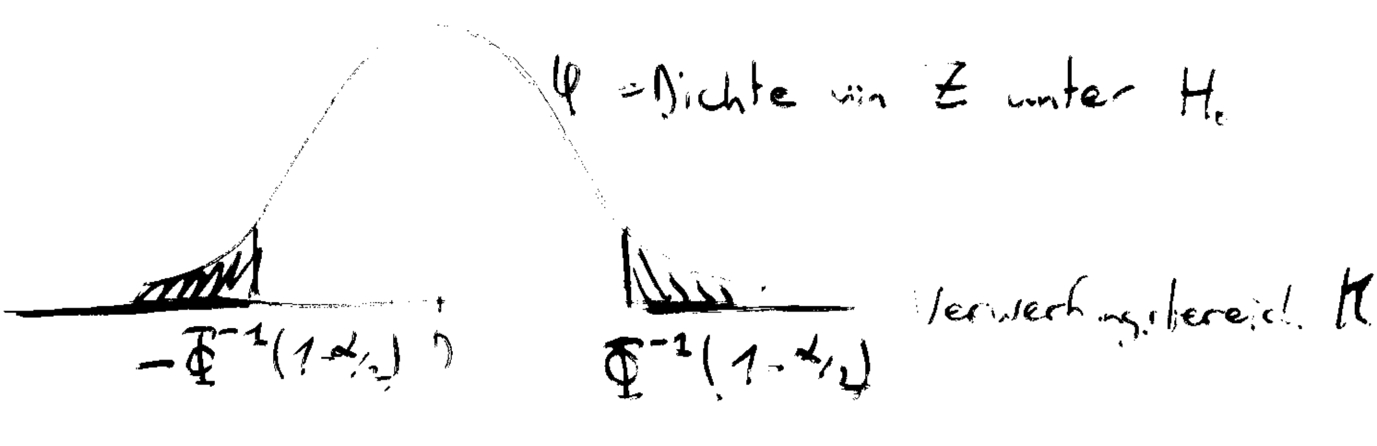
$$z = \frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\sigma_x/\sqrt{n}} < -\Phi^{-1}(1-\alpha) \quad \text{für } H_A: \mu < \mu_0$$

$$z = \frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\sigma_x/\sqrt{n}} > \underbrace{\Phi^{-1}(1-\alpha)}_{(1-\alpha)\text{-Q. von } \mathcal{N}(0,1)} \quad \text{für } H_A: \mu > \mu_0$$

Teststatistik

$$Z = \sqrt{n}\,\frac{\bar{X}_n - \mu_0}{\sigma_x} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

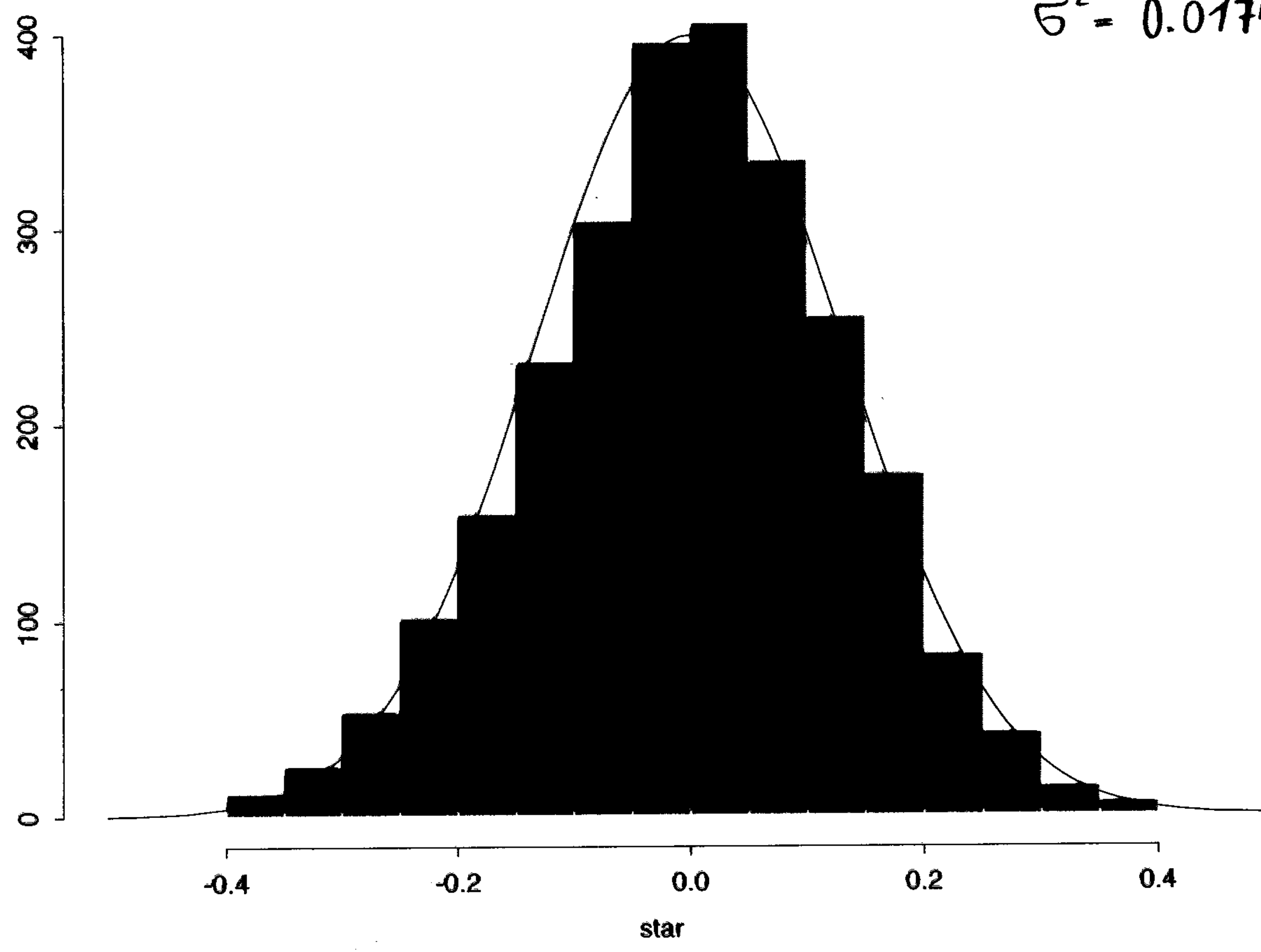
unter H_0



Helligkeit von Stern

$\hat{\mu} = -0.0017 = \overline{x}_n$

$\hat{\sigma}^2 = 0.0174 = s_n^2$



Bsp: Helligkeit von Stern

$H_0: \mu = \mu_0 = 0$

$H_A: \mu \neq \mu_0 = 0$ (es gibt eine Abweichung vom Sollwert)

$$z = \frac{\overbrace{\bar{x}_n}^{-0.0017} - 0}{\underbrace{\sigma}_{0.1319} / \sqrt{2000}} = -0.5764$$

Weil $\Phi^{-1}(1-\alpha/2) \underset{\alpha = 0.05}{=} \Phi^{-1}(0.975) = 1.96$

$\rightarrow |z| < \Phi^{-1}(1-\alpha/2)$

$\rightarrow H_0$ wird belassen

es gibt keine Evidenz, dass Helligkeit vom Sollwert abweicht

t-Test

Voraussetzung: $X_1, X_2, \ldots, X_n$ i.i.d. $\sim \mathcal{N}(\mu, \sigma_X^2)$

$H_0: \mu = \mu_0$

$H_A: \mu \underset{<}{\overset{>}{\neq}} \mu_0$

σ_X^2 unbekannt

verwerfe H_0 falls

$$|t| = \left|\sqrt{n}\,\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\hat{\sigma}_X}\right| > t_{n-1;\,1-\alpha/2} \quad \text{für } H_A: \mu \neq \mu_0$$

$$t = \sqrt{n}\,\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\hat{\sigma}_X} > t_{n-1;\,1-\alpha} \quad \text{für } H_A: \mu > \mu_0$$

$$t = \sqrt{n}\,\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\hat{\sigma}_X} < -t_{n-1;\,1-\alpha} \quad \text{für } H_A: \mu < \mu_0$$

Bsp. Blutplättchen-Aggregation

$\mu_0 = 0$, $\bar{x}_n = 10.27$, $\hat{\sigma}_X = 7.98$, $n = 11$

$\rightsquigarrow t = 4.27$

$t_{10;\,0.975} = 2.23$ $\quad t_{10;\,0.95} = 1.81$

$\Longrightarrow H_0$ wird verworfen