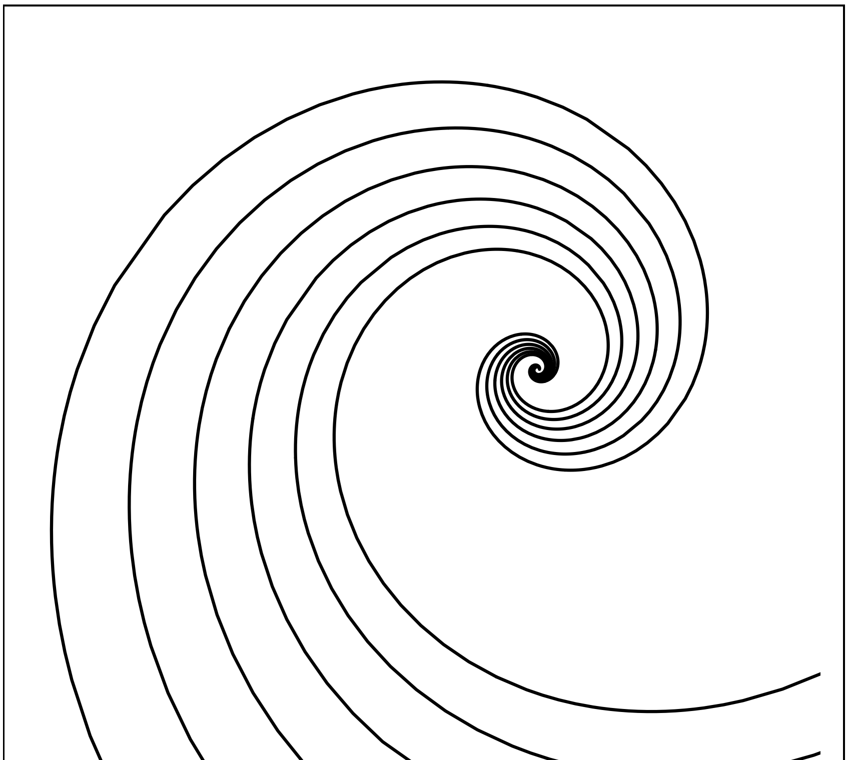
U. Stammbach, ETH-Zürich

Analysis I/II Teil A



2014

Nachdruck Juni 2014

http://www.math.ethz.ch/~stammb

stammb@math.ethz.ch

Vorwort

Diese Notizen gehören zu einer einführenden Vorlesung über Differential- und Integralrechnung für Ingenieure (Maschinen- und Werkstoffingenieure), wie sie an der ETH-Zürich im ersten Studienjahr vorgesehen ist. Die Aufgabe dieser Lehrveranstaltung ist es, den Studenten in die Sprache der Mathematik einzuführen und ihn mit der entsprechenden, für sein Gebiet notwendigen Mathematik bekannt zu machen. Die Anwendungen der Differential- und Integralrechnung in den für den Ingenieur interessanten Gebieten Mechanik, Physik u.a. sind im grossen und ganzen über die Jahre hinweg die gleichen geblieben. So wird man von diesem Text im Vergleich zu anderen nichts grundlegend Neues erwarten; die Stoffauswahl bewegt sich im Rahmen des Üblichen.

Allerdings ist nicht zu verkennen, dass sich für den Ingenieur, was die mathematischen Anwendungen betrifft, in letzter Zeit doch auch vieles geändert hat: Die Art und Weise etwa, *wie* der Ingenieur Mathematik einsetzt, hat sich mit den Möglichkeiten des Computers rasant entwickelt. Man denke etwa an numerische Methoden (die Numerische Mathematik hat allerdings im gültigen Studienplan ihren eigenen Platz), an die Möglichkeiten des symbolischen Rechnens und an den Einsatz von Graphiken und schliesslich auch an die vielen ganz neuartigen Anwendungen der Mathematik in den Ingenieurwissenschaften. Stellvertretend für andere sei etwa die Methode der Finiten Elemente genannt. Es ist ganz klar, dass sich damit auch die Anforderungen an die vorliegende Vorlesung geändert haben. Insbesondere ist der Wunsch nach *mehr* Stoff und nach *"tieferer"* Mathematik zu verspüren. Hier gilt es, die *richtigen* Konsequenzen zu ziehen: Nicht Vollständigkeit darf im Vordergrund stehen, sondern das Bemühen, den Studenten in die Lage zu versetzen, die Mathematik, die er im Laufe seines Studiums und seines Berufslebens braucht, zu erarbeiten und zu verstehen. *Tragfähige Grundlagen* sind also gefragt und nicht Rechenfertigkeit, das *Wissen um Zusammenhänge* und nicht vereinzelte Details!

Das eben Gesagte ist einer der Gründe, weshalb ich eine radikale Umgestaltung der traditionellen Analysis-Vorlesung, etwa in Richtung einer Anleitung für den Einsatz von Computern im Ingenieurwesen, der Sache nicht für dienlich halte. Das folgende Beispiel möge diesen Punkt etwas näher erläutern. In einer Zeit, wo Computerprogramme (*Mathematica*, Macsyma, etc.) die *Techniken* des symbolischen Differenzierens und Integrierens bestens beherrschen, ist es sicherlich nicht sehr sinnvoll, zum Erlernen dieser Rechenfertigkeiten noch viel Vorlesungszeit einzusetzen. Viel wichtiger, als die Rechen-Technik in allen Feinheiten zu beherrschen, scheint mir heute für den angehenden Ingenieur zu sein, dass er die mathematische *Idee* in ihrem Wesen und ihren Konsequenzen versteht und sie anzuwenden weiss. Dies gilt bekanntlich auch dann, wenn Computer zur Verfügung stehen; denn: *"Wer für seine Probleme den Computer einsetzen will, muss mehr Mathematik wissen und sie besser verstanden haben"*. Dies führt nun allerdings in ein gewisses Dilemma, denn es ist klar, dass die Konzentration auf die mathematische *Idee* es dem Studenten nicht einfacher sondern schwerer macht. Nach wie vor besteht nämlich der *einzige* Weg zum

Verständnis der mathematischen Idee darin, die zugehörige Technik eigenhändig anzuwenden; denn: *"Mathematics is not a spectator sport; mathematics is learned by doing, not by watching!"* Der Student (und auch der Lehrer!) tut gut daran, sich dies immer wieder in Erinnerung zu rufen und sich dem Rechnen, das an sich der Computer ja so viel besser beherrschen würde, nicht zu verschliessen. Zwei offensichtliche, aber wichtige Konsequenzen dieser Tatsache sind in der Lehrveranstaltung, zu der dieser Text gehört, berücksichtigt worden. Der Text enthält eine grosse Anzahl von vollständig durchgerechneten Beispielen, und zur Lehrveranstaltung gehören umfangreiche Übungen. Ein intensiver Einsatz des Computers würde *theoretisch* vielleicht vieles davon redundant machen; ich glaube aber nicht an die *praktische* Weisheit eines solchen radikalen Schrittes. Der Computer ist ein ausserordentlich wichtiges Hilfsmittel, und wir ziehen ihn auf selbstverständliche Art, insbesondere bei der Stoffvermittlung herbei; nur eben: *Das Verstehen der mathematischen Idee nimmt dem Studenten kein Computer ab.*

Meine Erfahrung, die ich im Laufe der Jahre mit der Betreuung von mathematischen Lehrveranstaltungen für Ingenieure immer und immer wieder gemacht habe, ist die, dass den Studenten allzu oft die Motivation[1] fehlt, sich mit den abstrakten mathematischen Werkzeugen zu beschäftigen. Zwar gibt es den mathematisch interessierten Studenten an den Ingenieurabteilungen auch, aber er ist doch eher die Ausnahme als die Regel. Diese Notizen versuchen, dieser Tatsache Rechnung zu tragen: nicht nur werden mathematische Begriffsbildungen aus der Anschauung heraus motiviert, sei es geometrisch oder mit Hilfe einer praktischen Fragestellung, sondern es werden auch die mathematischen Techniken und Resultate regelmässig durch zahlreiche Beispiele aus der Mechanik, Physik und aus den Ingenieurwissenschaften illustriert.

Ein Weiteres: die mathematische Vorbildung der an die ETH eintretenden Studenten ist ausserordentlich heterogen. Was einzelne Studenten bestens beherrschen, ist für andere völlig neu. Eine nicht geringe Zahl der neueintretenden Studenten kennt z.B. die Differentialrechnung nur für ganz einfache Funktionen und die Integralrechnung praktisch nur dem Namen nach. Ausserdem sind bei vielen Studenten gewisse grundlegende Begriffe, wie etwa der Begriff der Funktion, nur in einer völlig ungenügenden Form vorhanden. So ist es schliesslich *auch* Aufgabe dieser Vorlesung, den Wissensstand der Studenten zuerst auf ein vergleichbares Niveau zu bringen, und dafür zu sorgen, dass die "Sprache", d.h. die Notation und die verwendeten Begriffe, in genügender Schärfe und genügender Allgemeinheit vorhanden sind. Zu diesem Zweck beginnt die Vorlesung auf einem relativ tiefen Niveau, schreitet dann aber rasch vorwärts. Für einen Teil der Studenten ist am Anfang vieles Wiederholung. Ich habe mich allerdings bemüht, diesem Stoff Blickwinkel abzugewinnen, die auch für den gut vorbereiteten Studenten neu sein dürften. Nicht vergessen sollte man also, dass dieser erste Teil die wichtige Funktion hat, eine genügend flexible und starke Sprache zu vermitteln, wie sie für die späteren Kapitel benötigt wird. Würde man diesen ersten Teil noch kürzer fassen, könnte später vieles nur umständlicher und mit wesentlich mehr Zeitaufwand gesagt werden.

---

[1] Sehr oft fehlt den Studenten "dank" den gültigen Studienplänen auch ganz einfach die Zeit; denn die Erarbeitung mathematischer Gedankengänge braucht Zeit, ruhige ungestörte Zeit. Es handelt sich eben nicht einfach darum, Fakten zu lernen, sondern darum, sich Denkprozesse anzueignen. Dies setzt eine Reifung voraus, die wie überall in der Natur ihre Zeit braucht. Post festum allerdings erscheint dann alles klar und leicht!

Die hier beschriebene Situation bedingt, dass dieser erste Teil für die Studenten, die sich als ungenügend vorbereitet empfinden, wohl etwas zu konzentriert ist. Empfehlenswert ist in diesem Fall die zusätzliche Erarbeitung eines weiteren Textes (siehe unten).

Es ist nicht zu verkennen, dass der vorliegende von anderen Texten vieles übernommen hat. Hier ist einmal die frühere Autographie von Huber-Henrici zu nennen; ich hoffe, dass die ihr zugrundeliegenden didaktischen Erfahrungen in diesen Text hinüber gerettet werden konnten. Aus der hervorragenden Autographie von Blatter[2] stammen eine ganze Anzahl von Beispielen, und oft liess ich mich auch durch Blatters Darstellung beeinflussen. Dem etwas mathematisch interessierteren Studenten ist diese Autographie bestens zu empfehlen. Noch etwas mathematischer ist das ebenfalls hervorragende Werk von Burg, Haf und Wille[3], dessen erster Band sich auch gut als Begleitlektüre für die Studenten eignet, die sich als nicht genügend vorbereitet einschätzen.

Der Text wurde mit Hilfe des Schreibsystems LaTeX produziert. Danken für die Hilfe bei der Tipparbeit möchte ich Frau Meuli, und den Herren Harpes, Hoffmann und Schünemann. Die Graphiken wurden mit dem System *Mathematica* erstellt, das im Rahmen der Lehrveranstaltung auch für umfangreiche Computerdemonstrationen verwendet wurde. Hier bin ich den Herren Collart, Küchlin und Mall zu Dank verpflichtet. Danken möchte ich auch den Studenten, die in einer früheren Fassung viele Fehler und Unklarheiten entdeckt haben. - Schliesslich noch eine Bemerkung an die Leser*innen*: ich konnte mich nicht dazu durchringen, das schwerfällige “Leser und Leserin” oder das schreckliche “LeserIn” zu verwenden und bin beim alten “Leser” geblieben; man bzw. frau möge mir verzeihen. Ich gebrauche die deutsche Sprache so, wie sie im Laufe der Zeit gewachsen ist: definitionsgemäss und ganz selbstverständlich sind mit den Worten “Leser” und “Student” immer auch die weiblichen Entsprechungen gemeint. Genau gleich übrigens, wie “Geisel” und “Person” definitionsgemäss und selbstverständlich auch Männliches bezeichnet.

Zürich, im September 1991

Auf Grund einer Anregung aus Studentenkreisen erscheint der Text im Studienjahr 1995/96 erstmals als Serie von drei kleinen Bändchen, Teil A, B und C. Ein Dank geht an die vielen Studenten, die mitgeholfen haben, Druckfehler und Unklarheiten früherer Fassungen auszumerzen.

Zürich, im September 1995

In den sukzessiven Neudrucken wurden jeweils die bekannt gewordenen Druckfehler korrigiert.

Zürich, im Juni 2014

[2]Ch. Blatter: Ingenieuranalysis I/II, Verlag der Fachvereine Zürich
[3]Burg,Haf,Wille: Höhere Mathematik für Ingenieure I/II/III/IV, B.G.Teubner Stuttgart

Inhaltsverzeichnis, Teil A

Kapitel I. Funktionen

Kapitel II. Differentialrechnung

Kapitel III. Integralrechnung

Inhaltsverzeichnis, Teil B

Inhaltsverzeichnis, Teil C