

DISKRETE MATHEMATIK

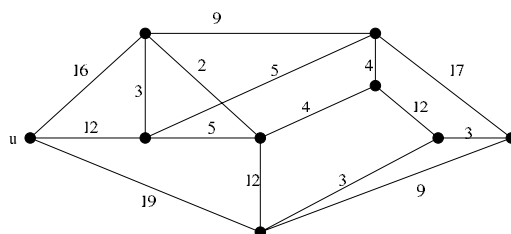
Serie 7

1. (**Algorithmus von Dijkstra**) Gegeben seien ein gewichteter Graph (G, w) mit $G = (V, E)$ und mit einer nichtnegativen Gewichtsfunktion $w: E \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ sowie eine Ecke $u \in V$.

Der folgende Algorithmus berechnet für jede Ecke $v \in V$ einen Wert $d(v)$.

```
 $d(u) := 0$   
 $d(v) := \infty$  für alle  $v \in V - \{u\}$   
 $U := V$   
while  $U \neq \emptyset$  do  
  begin  
    wähle ein  $v \in U$  mit  $d(v)$  minimal  
    für alle  $v' \in U$  mit  $e := \{v, v'\} \in E$  setze  
       $d(v') := \min(d(v'), d(v) + w(e))$   
     $U := U - \{v\}$   
  end
```

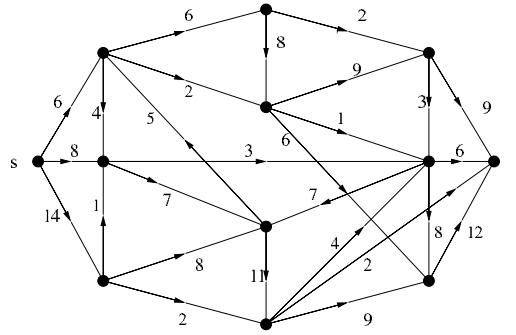
- a) Was berechnet der Algorithmus von Dijkstra, wenn wir die Gewichte im gewichteten Graphen als Abstände benachbarter Ecken interpretieren?
- b) Berechnen Sie die Größen $d(v)$ im folgenden gewichteten Graphen G mit der ausgezeichneten Ecke u .



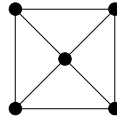
- c) Formulieren Sie einen Dijkstra-Algorithmus für gerichtete Graphen.

2. Bestimmen Sie einen maximalen Fluss von s nach t in folgendem Netzwerk, wobei die Zahlen die Kapazitäten sind.

Bitte wenden!



3. Bestimmen Sie das chromatische Polynom des Radgraphen mit 4 Speichen



- a) direkt durch kombinatorische Überlegung;
- b) mithilfe der Rekursionsformel

$$P(G, z) = P(G_{\{u,v\}}, z) + P(G_{u=v}, z)$$

und $P(K_k, z) = z^k := z(z - 1) \dots (z - k + 1)$.

- 4. Der n -Würfelgraph Q_n ist der Graph, dessen geometrische Realisierung gerade aus den Ecken und Kanten des n -dimensionalen Würfels $[0, 1]^n \subset \mathbb{R}^n$ besteht.
 - a) Zeichnen Sie Q_n für $n = 2, 3, 4$.
 - b) Wieviele Kanten hat Q_n ?
 - c) Zeigen Sie, dass Q_n für $n \geq 2$ Hamiltonsch ist.

5. Der $(2 \times n)$ -Gittergraph $G_{2,n}$ besteht aus den $2n$ Ecken $1, \dots, n, \bar{1}, \dots, \bar{n}$ und den $(3n - 2)$ Kanten

$$\{1, 2\}, \{2, 3\}, \dots, \{n - 1, n\}, \{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{2}, \bar{3}\}, \dots, \{\overline{n - 1}, \bar{n}\}, \{1, \bar{1}\}, \dots, \{n, \bar{n}\}.$$

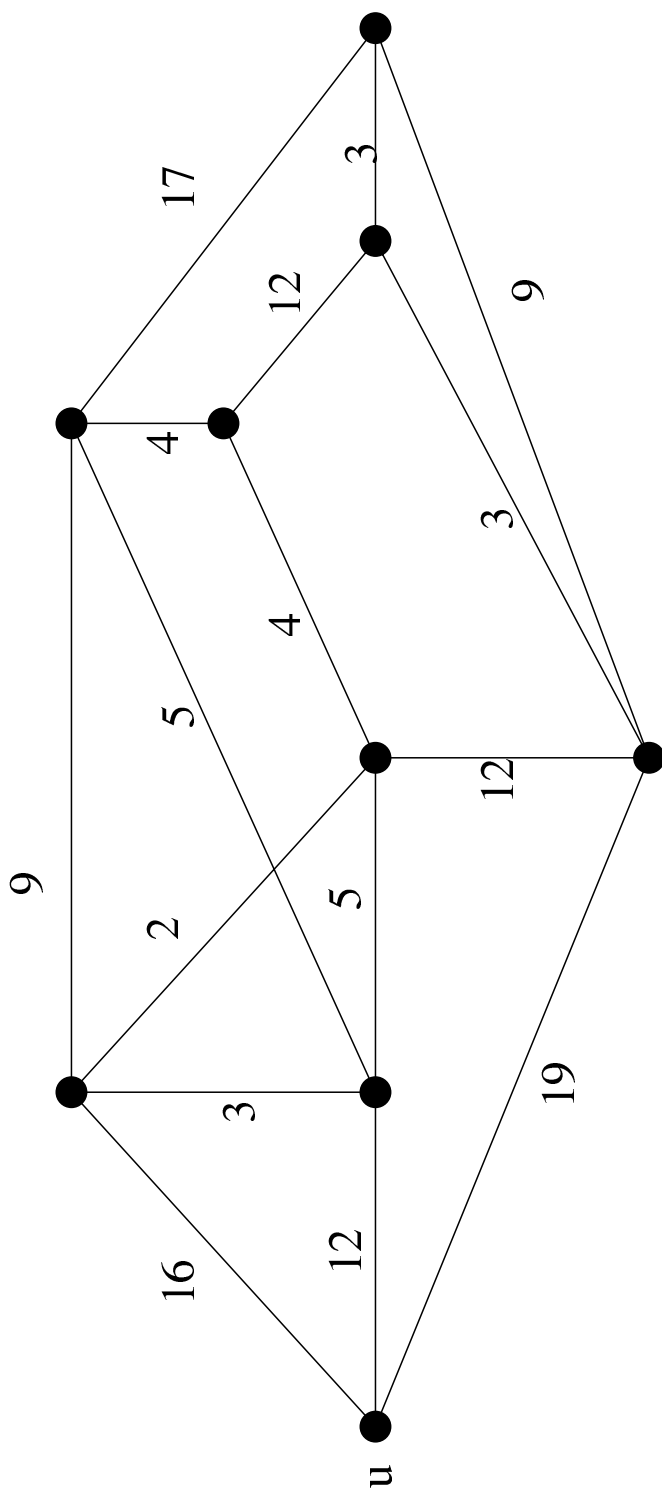
Wieviele vollständige Matchings gibt es in $G_{2,n}$?

Keine Abgabe. Die Serie kann jedoch zur Erfüllung der Testatbedingung bis zum 10. Februar ins Postfach von *Thomas Mautsch* im Raum *HG G 36* abgegeben werden.

Ferienpräsenzen: Di 11. 2., Di 18. 2., Di 25. 2., jeweils 14–15 Uhr im Raum *HG E 33.5*

Siehe nächstes Blatt!

Graph zu Aufgabe 1.



Bitte wenden!

Graph zu Aufgabe 2.

